موضوعى لمراجعات ليلة الامتحان لجميع فروع الرياضيات للثانوية العامة

اعداد الاستاذ/ ابراهيم الاحمدى ابراهيم

ثانيا التفاضل والتكامل

1 إذا كانت $د(س) = \frac{س^{٣}-٨}{س-٢}$ تكون متصلة عند $س = ٢$ إذا كانت $د(٢) = ...$

الحل $د(س) = \frac{س^{٣}-٨}{س-٢}$

$د(٢) = \text{نهـ}_{س \to ٢} \frac{س^{٣}-٨}{س-٢} = \text{نهـ}_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}{س-٢}$

$= ٢^{٢} + ٢ \times ٢ + ٤ = ١٢$ *

2 $\int_{ط/٤}^{ط/٢} (١ - جتا س) جا س \, د س = ...$

الحل $\int_{ط/٤}^{ط/٢} (١ - (١ - ٢جا^{٢} س)) جا س \, د س$

$= \int_{ط/٤}^{ط/٢} ٢جا^{٣} س \, د س = ٢ \int_{ط/٤}^{ط/٢} جا^{٢} س \, جا س \, د س$

$= -٢ \int_{ط/٤}^{ط/٢} (-جا س)(١ - جتا^{٢} س) \, د س = -٢ [جتا س - \frac{١}{٣} جتا^{٣} س]_{ط/٤}^{ط/٢}$

3 إذا كانت $د(س) = س + س^{٢} + س^{٣} + ... + س^{ن}$

فإن $د(\frac{١}{٢}) = ...$

$د(س) = ١ + ٢س + ٣س^{٢} + ... + ن س^{ن-١}$

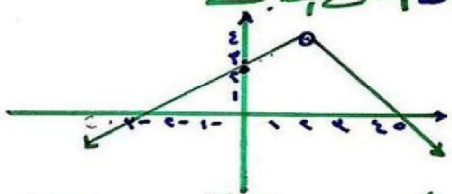
$د(١) = ١ + ٢ + ٣ + ... + ن$

وهى متتابعة حسابية حدها الاول = ١

وحدها الاخير = ن

$د(١) = \frac{ن}{٢}[١ + ن] = \frac{١}{٢} ن(ن+١)$ #

4 فى الشكل المقابل



$د(٢)^{+} = ...$ $د(٢)^{-} = ...$ $د(٢) = ...$

$\text{نهـ}_{س \to ٢} د(س) = ...$ $\text{نهـ}_{س \to ١} د(س) = ...$

$د(٢) = ...$ $د(٠) = ...$

$د(س)$ متزايدة فى الفترة ...

$د(س)$ متناقصة فى الفترة ...

الحل ← $د(٢)^{+} = ٤$ ، $د(٢)^{-} = ٤$ ، $د(٢) =$ غير معرفة

$\lim_{س \to ٢} د(س) = ٤$ ، $\lim_{س \to ١} د(س) = ٢$

$د'(٢) =$ غير معرفة ، $د'(٠) = \frac{٢}{٣}$

$د(س)$ متزايدة فى الفترة $]-\infty ، ٢[$

$د(س)$ متناقصة فى الفترة $]٢ ، \infty[$

5 اذا كانت النقطة $(٢ ، ب) \in$ منحنى الدالة فاكمل تسمى

(i) نقطة حرجة اذا كان ----

(ii) نقطة قيمة عظمى محلية اذا كان ---

(iii) نقطة قيمة صغرى محلية اذا كان ---

(iv) نقطة انقلاب اذا كان ---

الحل ← (i) $د'(٢) =$ صفر او $د'(٢)$ غير معرفة

(ii) $د''(٢) <$ صفر

(iii) $د''(٢) >$ صفر

(iv) $د'(٢) =$ صفر او $د'(٢)$ غير معرفة

6 اذا كانت $\frac{ص}{س} = جتا س . س$

فان $\frac{س^{٢} ص}{س^{٢}} + \frac{ص}{س} =$ ---

الحل ∴ $ص = جتا س . س$

$ص = حا س + ث$

$ص' = -جتا س$

$ص'' = -حا س$

∴ $ص'' + ص = -حا س + حا س + ث = ث$

7 اذا كانت الدالة $د(س)$ قابلة للاشتقاق عند نقطة فانها تكون ---

الجواب : متصلة عند تلك النقطة

8 $\int (٢ جتا ٤ س + س) د س - \int ٤ جتا ٢ س د س$

$= ----$

9 اذا كان $س + ص = ٢$

وكان $\frac{د س}{د ن} = \frac{١}{٢}$ فان $\frac{د ص}{د ن} =$ ---

الجواب : $\frac{د س}{د ن} + \frac{د ص}{د ن} =$ صفر $\Leftarrow \frac{د ص}{د ن} = -\frac{١}{٢}$

10 اذا كانت $د(س) = \begin{cases} ٢ - ٧ س^{٤} - ٦ س + ٩ & س > ٢ \\ \frac{ظا(س-٣)}{٣ - س} & س < ٢ \end{cases}$

فان $د(٣) = ---$ ، $\lim_{س \to ٣} د(س) = ---$

الحل ← $د(٢) =$ غير معرفة

$د(٣)^{+} = \lim_{س \to ٣^{+}} \frac{ظا(س-٣)}{٣ - س} = \frac{١}{-١} = -١$

$د(٣)^{-} = \lim_{س \to ٣^{-}} (٢ - ٧ س^{٤} - ٦ س + ٩) = ٢$

$د(٣^{+}) \neq د(٣)^{-}$ ∴ $\lim_{س \to ٣}$ د(س) غير معرفة

11 $د(س) = جتا^{٢} س جتا ٢ س + حا^{٢} س حا ٢ س$

فان $د'(٠) = ---$

الحل ← $د(س) = جتا(٥ س - ٣ س)$

$= جتا ٢ س$

$د'(س) = -٢ حا ٢ س$

$د''(س) = -٤ جتا ٢ س$

$د''(٠) = -٤ جتا ٠ = -٤$ #

12

$\int$ جا س جتا س ظا س . د س = ...

(i) س − جا س + ث

(ii) جا س + ث

(iii) س + ث

(iv) س − جا س

الحل $\int$ جا س جتا س $\times \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$. د س

$= \int$ جا^2 س . د س

$= \int \frac{1}{2}(1 - \text{جتا ٢س})$ د س

$= \int (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\text{جتا ٢س})$ د س = $\frac{1}{2}$س − $\frac{1}{4}$ جا ٢س + ث

13

إذا كانت د(س) = س^3 − ٣س^2

− فأنى −

د(س) متناقصة فترة ...

د(س) لها قيمة عظمى محلية عند النقطة ...

د(س) لها منحنى محدب لأعلى فى الفترة ...

د(س) لها منحنى محدب لأسفل فى الفترة ...

د(س) لها نقطة انقلاب عند ...

الحل د′(س) = ٣س^2 − ٦س

٣س^2 − ٦س = ٠

س^2 − ٢س = ٠

س (س − ٢) = ٠

س = ٠ ، ٢ ⇐ س = ٢

د(س) متزايدة فى]−∞ ، ٠] ∪ [٢ ، ∞[

د(س) متناقصة فى [٠ ، ٢]

د(س) لها قيمة عظمى محلية عند (٠ ، ٠)

د(س) لها قيمة صغرى محلية عند (٢ ، −٤)

د′′(س) = ٦س − ٦

٦س − ٦ = ٠ ⇐ س = ١

التقعر لأعلى فى]١ ، ∞[

التقعر لأسفل فى]−∞ ، ١[

(١ ، −٣) نقطة انقلاب

14

إذا كانت ص = جا س − جتا س

فأنى $\frac{\text{د}^2\text{ص}}{\text{د س}^2}$ = ...

الحل ص = − جتا س

ص′ = جا س

ص′′ = ٤ جتا س ∎

15

المتتابعة الخاصة للدالة

ص = س^5 + ٧ تساوى ...

الحل ص′ = ٥ س^4 ، ص′′ = ٢٠ س^3 ، ص′′′ = ٦٠ س^2

$\frac{\text{د}^4\text{ص}}{\text{د س}^4}$ = ١٢٠ س ، $\frac{\text{د}^5\text{ص}}{\text{د س}^5}$ = ١٢٠

∴ المتتابعة الخامسة = ك

16

إذا كانت د(س) = $\frac{(\text{س}-1)^2}{|\text{س}-1|}$

فأنى

(i) نهـ$_{\text{س}\to 1^+}$ د(س) + نهـ$_{\text{س}\to 1^-}$ د(س) = ...

(ii) د′(١) = ...

الحل د(س) = $\begin{cases} \frac{(\text{س}-1)^2}{\text{س}-1} & \text{س} > 1 \\ \frac{(\text{س}-1)^2}{-(\text{س}-1)} & \text{س} < 1 \end{cases}$

د(س) = $\begin{cases} \text{س}-1 & \text{س} > 1 \\ -(\text{س}-1) & \text{س} < 1 \end{cases}$

(i) نهـ$_{\text{س}\to 1^+}$ د(س) + نهـ$_{\text{س}\to 1^-}$ د(س)

= −١ + ٠ + ١ = ٠

(ii) د′(س) = $\begin{cases} 1 & \text{س} > 1 \\ -1 & \text{س} < 1 \end{cases}$

د′(١) = غير معرفة

لأنه د′(١)$^+$ ≠ د′(١)$^-$ ∎

17 اذا كانت

$$د(س) = \begin{cases} ع\ جا س\ جتا س \cdot وس \\ \text{فان } د(٠) - د(\frac{ط}{٢}) = \dots \end{cases}$$

الحل $د(س) = \frac{١}{٢} جا٢س \cdot وس$

$$د(س) = -\frac{١}{٤} جتا٢س + ث$$

$$د(س) = -\frac{١}{٢} جتا س + ث$$

$$د(٠) = -\frac{١}{٢} جتا٠ + ث = -\frac{١}{٢} + ث$$

$$د(\frac{ط}{٢}) = -\frac{١}{٢} جتا ط + ث = \frac{١}{٢} + ث$$

$$د(٠) - د(\frac{ط}{٢}) = -\frac{١}{٢} + ث - \frac{١}{٢} - ث = -١$$

18 اذا كانت

$$د(س) = \begin{cases} \frac{جتا٢س - ١}{س^{٢}} & \text{عندما } س \neq ٠ \\ ل + ١ & \text{عندما } س = ٠ \end{cases}$$

متصلة عند $س = ٠$ فان $ل = \dots$

الحل ∵ $د$ متصلة عند $س = ٠$

$$د(٠)^{+} = د(٠)^{-} = د(٠)$$

$$\text{لـ}_{س \to ٠} \frac{جتا٢س - ١}{س^{٢}} = ل + ١$$

$$\text{لـ}_{س \to ٠} \frac{١ - ٢جا^{٢}س - ١}{س^{٢}} = ل + ١$$

$$\text{لـ}_{س \to ٠} -٢ \left(\frac{جا س}{س}\right)^{٢} = ل + ١$$

$$-٢ = ل + ١$$

$$ل = -٣ \quad \#$$

19 $\int جتا(\frac{ط}{٢} - س)\ وس = \dots$

الحل $\int جتا(٩٠ - س)\ وس$

$$= -\int جا س\ وس$$

$$= جتا س + ث \quad \#$$

20 اذا كان $\frac{وص}{وس} = \frac{جا س}{جتا ص}$

تمثل معادلة تفاضلية لاحدى العائلات

فان $جا ص جا س + جتا س = \dots$

الحل $\frac{وص}{وس} = \frac{جا س}{جتا ص}$

$$جتا ص \cdot وص = جا س \cdot وس$$

$$\int جتا ص \cdot وص = \int جا س \cdot وس$$

$$جا ص = -جتا س + ث$$

$$جا٠ = -جتا٠ + ث$$

$$٠ = -١ + ث$$

$$ث = ١$$

$$جا ص = -جتا س + ١$$

$$جا ص + جتا س = ١ \quad \#$$

مع اطيب امنياتى بالتوفيق والنجاح